Le calcul posé à l'école élémentaire

Cette fiche d'accompagnement a pour objet de préciser la place et les objectifs de l'apprentissage des algorithmes de calcul posé (souvent désignés par l'expression « techniques opératoires »).
Pour les considérations générales relatives aux enjeux de l'enseignement du calcul à l'école primaire, on peut se reporter à l'introduction du document d'application (paragraphe « La question du calcul aujourd'hui »). La place respective des différents moyens de calcul y est précisée : calcul mental, calcul instrumenté et calcul posé.
Pour les apprentissages à développer aux cours des différents cycles, les informations sont apportées dans les parties suivantes du texte des programmes et du document d'application.
Ces différents textes insistent sur le fait qu'aujourd'hui l'apprentissage des techniques de calcul posé ne se justifie plus par leur utilisation effective dans la société, mais doit être centré sur deux objectifs essentiels :
– une maîtrise de ces techniques, dans des cas simples, permet aux individus de mieux apprécier l'efficacité des instruments qu'ils utilisent ;
– un travail visant à la construction, à l'analyse et à l'appropriation de ces techniques conduit à utiliser et combiner de nombreuses propriétés relatives au système d'écriture des nombres (numération décimale de position) et aux opérations en jeu ; en retour, ce travail assure une meilleure maîtrise de ces propriétés.
En résumé, l'étude des techniques de calcul posé doit être résolument orientée vers la compréhension et la justification de leur fonctionnement. Elle ne peut donc, en aucun cas, se limiter à l'apprentissage de récitatifs.
Généralement, les calculs sont proposés en ligne, le choix de les effectuer en ligne ou posés « en étages » revenant à l'élève.
Enfin, dans tous les cas, l'élève doit être incité et entraîné à utiliser des moyens de contrôle des résultats obtenus (comme dans le cas du calcul instrumenté) : recherche d'un ordre de grandeur du résultat, contrôle du chiffre des unités, vérification par une addition dans le cas de la soustraction ou par celle de l'égalité $a = bq + r$ dans le cas de la division.
Dans ce document, les techniques relatives à chaque opération sont examinées. Les acquis préalables nécessaires à leur étude sont précisés et quelques étapes pour leur enseignement sont proposées.

	Programme : objectifs et contenus	**Programme : compétences**	**Document d'application**
Cycle des apprentissages fondamentaux	Calcul (§ 3). Calcul (§ 4).	Calcul automatisé (§ 3.1).	Introduction : la question du calcul aujourd'hui (p. 6). Résultats mémorisés, procédures automatisées (p. 21) : commentaire relatif aux compétences attendues.
Cycle des approfondissements		Résultats mémorisés, procédures automatisées (§ 4.1).	Introduction : la question du calcul aujourd'hui (p. 6). Résultats mémorisés, procédures automatisées (p. 25) : commentaire relatif aux compétences attendues.

Addition posée

La technique de l'addition est la plus simple à mettre en place. Sa compréhension repose en effet sur celle du principe fondamental de la numération décimale (égalité entre dix unités et une dizaine…) et la rapidité de son exécution dépend de la connaissance des sommes de nombres à un chiffre (tables d'addition).
Cependant, à l'entrée au CE2 (résultats de l'évaluation 2002), elle n'est maîtrisée que par trois élèves sur quatre dans le cas d'une addition de deux nombres avec retenues (calcul de 346 + 184, proposé en colonnes) et par à peine plus de la moitié des élèves dans le cas où l'addition comporte trois nombres (calcul de 238 + 159 + 374, proposé en colonnes).

À l'entrée en sixième, dans le cas où des nombres décimaux sont en jeu, près d'un élève sur cinq est encore en difficulté face à des additions comme 8,32 + 15,87 ou 15,672 + 352,21 (données en ligne). Les erreurs relevées ont trois origines possibles : maîtrise insuffisante des tables, mauvaise gestion des retenues, disposition « en étages » ne respectant pas l'alignement des chiffres de même valeur. Cette dernière difficulté apparaît plus fréquemment dans le cas des nombres décimaux, ce qui témoigne d'une compréhension insuffisante des écritures à virgule.

Addition des nombres entiers

Le calcul posé en colonnes n'a d'intérêt que pour les nombres d'au moins deux chiffres et même dans ce cas, le calcul à partir de l'écriture en ligne en repérant le rang de chaque chiffre est aussi efficace et rapide que le calcul posé « en étages ».
Il est important de ne pas dissocier dans le temps l'étude des cas « sans retenue » et des cas « avec retenue », afin de ne pas générer l'idée que le calcul se limite à l'addition séparée des chiffres de même valeur.
Deux acquisitions doivent précéder cet apprentissage :
– la compréhension du principe de groupements par dix qui sous-tend la numération décimale de position, et notamment l'égalité entre dix unités et une dizaine ;
– une efficacité dans le calcul des sommes de deux nombres inférieurs à dix : il ne s'agit pas d'attendre que tous les résultats des tables soient disponibles instantanément, mais il est indispensable qu'ils puissent être produits assez rapidement pour ne pas entraver la réflexion sur la gestion des retenues.
De plus, pour le calcul de sommes de plusieurs nombres, les élèves doivent être capables de calculer rapidement des sommes dont un des termes est un nombre à deux ou trois chiffres et l'autre un nombre à un chiffre.
En fonction de ces considérations, le travail sur la technique posée ne peut pas intervenir prématurément. Il se situe plutôt en dernière année de cycle 2, même si une première approche peut en être faite en fin de cours préparatoire.
Le recours à un ou plusieurs « matériels de numération » permet d'illustrer utilement la technique, et donc de mieux la comprendre, notamment par la correspondance établie entre retenues et groupements pas dizaines, centaines…
Il est important de proposer également des additions de plus de deux nombres que les élèves doivent calculer en une seule fois.

Addition des nombres décimaux

Dès qu'une première compréhension de l'écriture à virgule des nombres décimaux est en place, le travail sur la technique posée de l'addition de deux ou plusieurs nombres décimaux peut être envisagé. Axé sur la justification de la technique, il est d'ailleurs de nature à renforcer la maîtrise de la valeur attribuée à chaque chiffre en fonction de sa position dans l'écriture décimale et de celle des égalités du type 10 centièmes, c'est 1 dixième ou 10 dixièmes, c'est 1 unité… Ainsi, le calcul de 37,4 + 6,85 nécessite d'abord de comprendre que le premier nombre ne comporte pas de chiffre des centièmes, puis que l'addition de 4 dixièmes et de 8 dixièmes donne 12 dixièmes : 10 dixièmes formant une unité (en retenue), il y a donc 2 comme chiffre des dixièmes dans le résultat. Le tableau de numération peut constituer un référent utile, à condition que son utilisation ne devienne pas systématique. Les élèves doivent prendre conscience du fait que cette technique est identique à celle utilisée pour les entiers, à condition de placer correctement les nombres à ajouter les uns par rapport aux autres (dans le calcul « en étages »).

Soustraction posée

L'apprentissage d'une technique usuelle de soustraction est plus difficile que celui de l'addition pour plusieurs raisons :
– il existe plusieurs techniques possibles dont les fondements ne reposent pas sur les mêmes principes ni, par conséquent, sur les mêmes connaissances ;
– les connaissances qui permettent de justifier ces techniques sont plus nombreuses et plus complexes que dans le cas de l'addition ;
– les différences ou les compléments élémentaires (relevant des tables) sont souvent moins disponibles que les sommes ;
– une difficulté supplémentaire apparaît dans le cas des nombres décimaux lorsque la partie décimale du premier terme comporte moins de chiffres que celle du second.
Ces différentes raisons justifient amplement que les programmes n'envisagent l'apprentissage systématique d'une technique dans le cas des nombres entiers qu'au cycle 3. Ceci n'implique pas, bien au contraire, que la soustraction ne soit pas étudiée dès le cycle 2 : elle est alors travaillée dans le cadre de la résolution de problèmes et dans celui du calcul mental (mémorisation de résultats, calcul réfléchi).
À l'entrée en sixième (résultats de l'évaluation 2001), le calcul d'une soustraction posée fait difficulté pour environ un élève sur cinq (1 285 – 625 et 937 – 46, données en ligne). L'erreur la plus fréquente reste celle qui consiste à soustraire pour chaque chiffre « le plus petit du plus grand ». Les taux de réussite sont assez voisins pour des soustractions avec des décimaux ayant des parties décimales de même longueur (19,78 – 2,42 et 20,14 – 8,82, données en ligne, la première étant évidemment mieux réussie que la seconde). Les échecs augmentent dans le cas des décimaux dont les parties décimales ne sont pas de même longueur : quatre élèves sur dix sont en