Disponibilité des résultats

Un dernier point mérite d'être souligné. Il a déjà été dit que la récitation des tables, dans l'ordre croissant, pouvait constituer une gêne pour une mémorisation efficace. Il convient d'ajouter un autre élément essentiel. Connaître ses tables, ce n'est pas seulement être capable de dire instantanément n'importe quel résultat ; c'est aussi être capable d'exploiter rapidement cette connaissance pour donner un résultat connexe. Connaître 7 + 6, c'est être capable de répondre 13 immédiatement, mais c'est également pouvoir répondre immédiatement à « Combien de 7 pour aller à 13 ? », « combien de 6 pour aller à 13 ? », « 13 – 6 ? », « 13 – 7 ? » ou encore à produire très vite, entre autres, 7 + 6 et 6 + 7 lorsque sont demandées des décompositions additives de 13. De même, connaître 7 × 6, c'est être capable de répondre 42 immédiatement, mais c'est également pouvoir répondre immédiatement à « Quel nombre multiplié par 7 donne 42 ? », « Quel nombre multiplié par 6 donne 42 ? », « 42 divisé par 7 ? », « 42 divisé par 6 ? » ou encore à produire très vite 7 × 6 et 6 × 7 lorsque sont demandées des décompositions multiplicatives de 42.
De telles questions doivent être posées dès le départ des apprentissages.

Calcul réfléchi – diversité des procédures

Le calcul réfléchi est d'une autre nature que le calcul automatisé. Il ne s'agit plus de récupérer directement en mémoire un résultat ou une procédure directement applicable, mais d'élaborer une procédure adaptée au calcul particulier qui est proposé. Stratégie et raisonnement sont alors sollicités. D'autres représentations des nombres sont mobilisées, notamment celles qui sont liées à leur expression dans les deux systèmes de numération utilisés, numération chiffrée et numération orale. Ces deux numérations ne sont pas exactement superposables. La traduction chiffrée de « quatre-vingt-douze » ne fait intervenir ni 4, ni 20, ni 12. C'est une première raison pour laquelle il n'est pas équivalent de proposer un calcul à faire mentalement sous la forme écrite « 92 + 15 = ? » et sous la forme orale « quatre-vingt douze plus quinze ». Une autre raison relève de la mémorisation : dans le premier cas, la consigne reste visible alors que dans le second, elle doit être enregistrée, ce qui occupera une partie de la mémoire de travail.
Examinons quelques procédures qui peuvent être mises en place pour traiter deux calculs apparemment proches :

25 × 12
P1 : calcul séparé de 25 × 10 et de 25 × 2, puis somme des résultats partiels. **P2 :** décomposition de 12 en 4 × 3, et calcul de 25 × 4, puis de 100 × 3. **P3 :** utilisation du fait que 25 est le quart de 100, en divisant d'abord 12 par 4, puis en multipliant le résultat par 100 (ou multiplication de 12 par 100, puis division du résultat par 4).
25 × 19
P4 : calcul de 25 × 20 (directement ou par 25 × 2 × 10), puis soustraction de 25 au résultat obtenu. **P5 :** calcul de 19 × 20 (par 19 × 2 × 10), puis de 5 × 19 (nouveau calcul réfléchi qui peut être traité par la somme de 5 × 10 et de 5 × 9, par exemple), puis somme des deux résultats partiels.

Bien que 25 soit un des facteurs des deux produits, sa présence n'induit pas les mêmes stratégies de calcul et les procédures choisies dépendent des connaissances préalables des élèves à partir desquelles ils analysent les nombres en présence. Ainsi, pour utiliser P3, il faut savoir que 25 est le quart de 100, mais aussi que 12 est un multiple de 4. Pour reconnaître que P3 est difficilement applicable pour 25 × 19, il faut savoir que 19 n'est pas un multiple de 4…
Par ailleurs, comme cela a déjà été souligné, le calcul réfléchi suppose la mise en œuvre, souvent implicite, de diverses propriétés des opérations en jeu.
En calcul réfléchi, aucune procédure ne s'impose *a priori* et, le plus souvent, plusieurs sont possibles. Le travail en classe doit donc être axé sur l'explicitation et la confrontation des procédures possibles et efficaces (voir « Les moments de calcul mental », page suivante).
Par ailleurs, un calcul réfléchi effectué mentalement mobilise une partie de la mémoire de travail, éventuellement pour le maintien de l'énoncé (s'il est donné sous forme orale) et dans tous les cas pour la représentation des règles de calcul et la mémorisation de résultats intermédiaires. Une cause possible d'erreur de calcul provient de la « saturation » de la mémoire de travail. Ce risque de saturation peut être diminué en autorisant les élèves à noter des résultats intermédiaires ou, dans certains cas, en notant au tableau le calcul à effectuer. Mais il ne faut pas oublier que le calcul mental privilégie le traitement des nombres conçus du point de vue de la numération orale : l'énoncé oral des calculs à effectuer est donc à privilégier.
Le cas du calcul approché est encore plus délicat. Non seulement il faut choisir une procédure de calcul, mais, de plus, il faut décider de l'approximation voulue (si elle n'est pas donnée) et choisir les arrondis pour chaque nombre intervenant dans le calcul.

Considérons l'exemple de la recherche d'une approximation pour 439×17. On peut hésiter entre le calcul de 400×20, 450×20 ou 500×15. Chacun d'entre eux fournit une approximation acceptable si on se contente d'avoir un résultat à environ 500 près. Pourtant ces calculs sont *a priori* très différents. C'est pourquoi les premiers exercices de calcul approché peuvent être centrés sur la détermination du choix d'un ou plusieurs résultats plausibles parmi un ensemble de résultats fournis ou sur le repérage d'un nombre rond proche du résultat, sur la droite numérique, ce qui revient à déterminer un ordre de grandeur du résultat.
Entraîner les élèves à évaluer les effets prévisibles des choix effectués constitue une autre dimension du calcul approché qui, moins encore que le calcul réfléchi « exact », ne peut être mécanisé. Sa pratique, dans les deux dernières années du cycle 3, est pourtant importante pour entraîner les élèves à contrôler les résultats qu'ils obtiennent par un calcul instrumenté ou par un calcul posé.

Les moments de calcul mental

À quels moments le calcul mental a-t-il sa place en classe et sous quelles formes ?
Le calcul mental est d'abord un moyen efficace de calculer. C'est donc intégré aux autres activités qu'il doit d'abord vivre dans la classe. Son intérêt pratique majeur réside dans son utilité pour la vie quotidienne, dans la mesure où il suffit souvent pour prendre une décision et permet également de contrôler un résultat affirmé par une autre personne ou obtenu à l'aide d'une machine. Il doit être encouragé chez les élèves, par une forme d'imprégnation, dans toutes les activités, dès lors qu'il permet de répondre plus rapidement et aussi efficacement qu'en posant les opérations ou qu'en utilisant la calculatrice. Il peut, ainsi, être utilisé au cours de différentes activités fonctionnelles : déplacement en autobus, éducation physique, consultation d'un calendrier, d'un catalogue ou d'un horaire, etc.
Dès le CP, des moment spécifiques doivent, chaque jour, être ménagés pour l'entraînement au calcul mental automatisé et pour l'exercice du calcul mental réfléchi. En fonction de l'objectif poursuivi, ils prennent des formes différentes.
Dans la phase où il s'agit d'entretenir et de contrôler la mémorisation de résultats (tables, relations entre nombres du type 5, 20, 25, 50, 75, 100…) ou l'automatisation de procédures (compléments à la dizaine supérieure, multiplication ou division par 10, par 100…), des séquences brèves (cinq à dix minutes) sont appropriées. De telles séquences de calcul peuvent être conduites avec la classe entière ou par groupes de huit à dix. Il est souhaitable qu'elles débutent par une activité très facile, quasi-rituelle et destinée surtout à focaliser l'attention. La consigne est orale. En petit groupe, la réponse peut être individuelle et orale. En plus grand groupe, elle peut être écrite (sur ardoise ou papier) ou être choisie parmi des cartes-réponses. Selon les séances, l'enseignant peut utiliser le procédé Lamartinière dans lequel, après avoir été noté sur l'ardoise, chaque résultat est immédiatement corrigé, ou faire inscrire l'ensemble des résultats sur une feuille de papier pour ne les exploiter qu'à la fin de l'interrogation. Dans ce type de calcul, centré sur le résultat, la rapidité est un objectif visé, car il s'agit de faire maîtriser un répertoire avec sûreté.
Dans la phase où il s'agit de travailler le calcul réfléchi (résultats exacts ou approchés), les séquences peuvent être nettement plus longues (un quart d'heure à une demi-heure). Elles sont, en général, menées en grand groupe. Pour chaque question, il faut laisser un temps de recherche aux élèves. Vient ensuite le moment d'expliciter les procédures utilisées dans la classe, éventuellement de les traduire par écrit, avant de les discuter et de justifier leur pertinence et leur efficacité. L'enseignant conclut enfin par une brève synthèse. Il peut être envisagé d'entraîner à l'exécution de certains types de calculs, pour obtenir des réponses rapides, mais en gardant à l'esprit que l'élève conserve le choix de la procédure qui lui paraît la mieux adaptée ou la plus sûre. Ainsi pour calculer 23 + 9 ou 44 + 9, il est commode d'utiliser la suite d'opérateurs + 10 suivi de – 1. Il faut cependant prendre garde à faire apparaître les limites de ces procédés : pour 30 + 9 ou pour 31 + 9, d'autres procédures plus rapides sont disponibles. Et même pour 44 + 9, certains élèves peuvent préférer ajouter successivement 6 et 3 à 44, simplement parce qu'ils ont du mal à reculer dans la suite des nombres. Pour résumer, certaines procédures peuvent être pointées comme souvent efficaces, mais liberté doit être laissée à l'élève de choisir la procédure qu'il est le mieux à même de mener à son terme. Pour d'autres types de calculs, c'est un véritable « problème de calcul » qui est posé, c'est-à-dire une opération pour laquelle il n'existe pas de stratégie clairement privilégiée (par exemple 348 + 257). Dans ce cas, la rapidité d'exécution n'est nullement un objectif et l'on favorisera l'explicitation des procédures des uns et des autres. Ceci dans le but d'en faire découvrir de nouvelles et de pouvoir les utiliser ultérieurement.
Dans tous les cas (calcul automatisé ou calcul réfléchi), les questions peuvent porter directement sur les nombres ou être situées dans le cadre de la résolution de « petits problèmes » dans des contextes variés : sens des opérations et entraînement au calcul mental sont alors travaillés simultanément. Ajoutons qu'il n'est pas équivalent de poser la question : « Calculer