

Les activités à caractère individuel se poursuivent. Des activités collectives ou effectuées en petits groupes peuvent également être mises en place, par exemple en installant pendant une période déterminée un « espace » aménagé en vue d'un travail sur une grandeur particulière. Cette organisation favorise les interactions, la répartition des tâches, des mises en commun.

L'enfant range plus de quatre objets selon leur longueur et on peut envisager de faire réaliser des comparaisons indirectes de longueurs en ayant recours à un étalon (par exemple, une tige ou une bande de carton), dans une activité qui a du sens pour l'enfant. Pour cela, il faut que les longueurs à comparer ne puissent pas être mises côte à côte. Il peut construire des objets de même longueur qu'un objet donné.

Dans le domaine des contenances, la pratique d'activités avec des liquides offre aux enfants la possibilité d'effectuer des comparaisons par transvasement direct (par exemple, vider le contenu d'une bouteille dans un saladier et constater que l'on peut mettre plus d'eau ou de sable dans le saladier que dans la bouteille). Si la comparaison indirecte est difficile et sera un objet d'investigation dans les cycles suivants, cela ne doit nullement empêcher d'enrichir l'expérience des enfants. Il est possible, par exemple, de vider les contenus de différentes bouteilles dans des verres et de constater que l'on a pu remplir huit verres avec une bouteille et seulement six avec une autre et, inversement, de demander combien de verres on peut mettre dans une bouteille. Les élèves sont ainsi sensibilisés à la nécessité d'utiliser pour certains travaux un étalon. Toujours dans ce domaine, la réalisation de recettes de cuisine (activité couramment pratiquée dans les classes) permet de mesurer des contenances avec des unités telles que le pot de yaourt, la cuillerée, le verre, etc.

Pour les masses, la balance sert à savoir qu'un objet est plus lourd qu'un autre mais aussi à faire réaliser des équilibres et donc à réaliser un « objet » aussi lourd qu'un autre, par exemple mettre un objet sur un plateau et verser sur l'autre plateau du sable (ou y placer des billes ou de la pâte à modeler) jusqu'à obtenir l'équilibre.

Approche des quantités et des nombres

Les études récentes en sciences cognitives soulignent que dès son plus jeune âge, l'enfant manifeste des compétences relatives aux quantités et à leur expression par des nombres (exprimés oralement). Elles mettent également en évidence que, dans la conquête de l'outil numérique, l'acquisition de la chaîne numérique verbale (la suite orale des nombres) et son usage dans les processus de quantification jouent un rôle déterminant. Pour l'essentiel, la

chaîne numérique orale comme les diverses procédures de quantification (reconnaissance immédiate de très petites quantités, comptage un par un, estimation) s'acquièrent entre deux et six ans, c'est-à-dire pendant la période de scolarité maternelle qui joue donc un rôle décisif.

Les compétences indiquées dans le programme sont des compétences de fin d'école maternelle. Certaines d'entre elles sont construites beaucoup plus tôt. Les commentaires qui suivent fournissent des indications pour aider les enseignants à repérer les apprentissages possibles à différents moments de l'école maternelle. En effet, ceux-ci se construisent dans la durée et chaque enfant développe ses compétences à son propre rythme. Dans le domaine numérique tout particulièrement, l'enseignant doit être attentif aux progrès et aux difficultés de chacun, car les connaissances des enfants évoluent selon des rythmes très différenciés.

En petite section

Par les activités et les jeux qu'il fréquente, au travers de ses premières interrogations ou de celles de l'enseignant, l'enfant commence à élaborer l'idée de quantité. Celle-ci se traduit d'abord par des oppositions entre « pareil » et « pas pareil » ou entre « beaucoup » et « pas beaucoup ». Progressivement, l'apparence des collections devient moins prégnante, notamment lors d'activités dans lesquelles il faut opérer une distribution, apparier des objets, comparer des quantités (« un peu, beaucoup »). Ces activités nécessitent le recours à des compétences utiles dans la pratique du dénombrement (en particulier la correspondance terme à terme). Les enfants sont confrontés à des situations dans lesquelles il faut prendre autant d'objets qu'il y a de doigts montrés ou de points sur un gros dé (les quantités étant limitées en fonction des compétences de chacun, à trois par exemple) ou dans lesquelles il faut dire le nombre associé à une petite quantité... La verbalisation « miroir » par l'enseignant des actions menées par l'enfant contribue à la prise de conscience des effets de ses actes et à la mémorisation des mots-nombres. Les procédures utilisées sont à ce moment très variées, selon les élèves et en fonction de la taille des objets : correspondance effective ou par pointage, reconnaissance globale...

Les premiers éléments de la comptine numérique orale peuvent déjà être mis en place, au moins jusqu'à cinq ou six, pour une grande majorité d'élèves, par imitation avec l'aide de l'adulte. Son utilisation pour dénombrer de petites quantités (supérieures à trois) commence à se développer. Pour cela, l'utilisation des doigts, pour pointer les objets comptés comme pour afficher des quantités, joue un rôle important. Une première fréquentation de comptines et de livres à compter peut être envisagée pour aider à cette mémorisation indispensable de la suite orale

des nombres, même si elle ne garantit nullement que les enfants soient capables d'utiliser la comptine qu'ils connaissent pour dénombrer. L'utilisation autonome des nombres ne relève pas essentiellement d'activités rituelles (récitation de la suite des nombres, comptage des absents...), mais d'actions qui ont du sens pour l'enfant et qui lui font prendre conscience que dénombrer est efficace pour retenir une quantité. Le dénombrement de petites quantités est déjà possible, les procédures pouvant varier d'un enfant à l'autre : reconnaissance perceptive ou comptage un par un. Dans ce dernier cas, tous les enfants ne sont pas encore capables de reconnaître que le dernier mot prononcé lors du comptage des objets exprime la quantité toute entière.

À quatre ans, la plupart des enfants n'ont pas encore pris conscience des règles de fonctionnement de la chaîne orale et de ses particularités linguistiques. L'apprentissage reste essentiellement centré sur l'oral, ce qui n'interdit pas l'utilisation des écritures chiffrées par l'enseignant, mais ni leur écriture par les élèves, ni leur reconnaissance ne sont des objectifs à ce moment de l'école maternelle.

En moyenne section

Une nouvelle étape peut être franchie. Ainsi, pour comparer deux collections (éventuellement éloignées l'une de l'autre) ou pour réaliser une collection qui a autant d'objets qu'une collection éloignée, l'enfant peut utiliser des procédures variées : estimation (pour des quantités nettement différentes), « image mentale » globale pour de très petites collections, recours à une collection intermédiaire (doigts, dessin), partition de la collection en sous-collections facilement dénombrables, expression de la quantité par un « mot-nombre »... Le vocabulaire « plus que, moins que, autant que » se met en place. Le dé à points ordinaire (à six points) peut être utilisé dans des jeux nécessitant de constituer des collections ou de se déplacer sur une piste. Les représentations des nombres avec les doigts sont valorisées (affichage direct d'un nombre ou affichage par dénombrement un à un). D'autres illustrations des nombres par des quantités sont utilisées, en ne se limitant pas aux constellations usuelles.

À cet âge, la comptine orale des nombres peut être étendue de façon importante, pour une grande majorité d'enfants, au moins jusqu'à 12 ou 15 (éventuellement de façon accompagnée pour des nombres dont le nom est difficile à mémoriser, notamment pour les nombres entre 11 et 16). Les comptines et les livres à compter (utilisation et fabrication) jouent leur rôle dans cette mémorisation.

L'usage de la suite orale des nombres pour le dénombrement de collections (en particulier de plus de trois ou quatre éléments) se met en place progressivement, dans des situations où celui-ci est nécessaire. Le plus souvent, il s'agit d'activités dans lesquelles

le déplacement des objets est possible pour être sûr de ne pas en oublier et de ne pas compter certains d'entre eux plusieurs fois. Dans d'autres cas, les enfants peuvent commencer à organiser les objets ou être placés face à l'obligation de les marquer au fur et à mesure du dénombrement.

Parallèlement, les enfants sont confrontés à la suite écrite des nombres, notamment à travers un premier usage du calendrier, les calendriers de type éphéméride ou linéaire étant préférés à ceux organisés sous forme de tableau.

La fréquentation des nombres dans des activités occasionnelles liées à la vie de la classe ou dans des jeux est nécessaire, mais ne suffit pas à la construction des compétences numériques visées. Des occasions doivent être ménagées où les enfants ont un problème à résoudre, c'est-à-dire sont confrontés à une question qu'ils identifient et dont ils cherchent à élaborer une réponse, puis se demandent si la réponse obtenue convient : distribution un par un ou deux par deux, réalisation d'une collection de quantité identique à celle d'une collection donnée, comparaison de collections, partage équitable ou non d'une collection, évolution d'une collection par ajout ou retrait d'un ou deux objets... Dans toutes ces activités, la taille des collections, le fait de pouvoir agir ou non sur les objets (par exemple de pouvoir les déplacer), le fait d'avoir à anticiper la réponse à cause de l'éloignement ou de la dissimulation des objets... sont des variables importantes que l'enseignant peut modifier pour amener les enfants à faire évoluer leurs procédures de résolution. La verbalisation par l'enfant de ses actions et de leurs résultats constitue une aide importante à la prise de conscience des procédures utilisées et de leurs effets. Ces activités peuvent également être l'occasion d'utiliser des écritures provisoires (dessin, schéma...) nécessaires, par exemple, pour transmettre une information ; plus tard, les écritures chiffrées se substitueront à ces premières représentations écrites des quantités.

En grande section

Il s'agit de consolider des compétences utiles au travail plus organisé qui sera conduit au CP, toujours à travers des activités où l'utilisation des nombres constitue un moyen approprié pour résoudre un problème. Le nombre devient un outil de contrôle des quantités : pour en garder la mémoire, pour s'assurer qu'une distribution ou qu'un partage est équitable, pour décider qui en a le plus, pour rapporter juste ce qu'il faut, pour construire une collection qui a autant d'objets qu'une collection de référence...

Cet usage des nombres nécessite de connaître la comptine orale suffisamment loin : 30 paraît être un objectif raisonnable, en sachant que certains enfants sont capables d'aller bien au-delà. Vers six ans, à

travers les activités qui leur sont proposées, la plupart des enfants sont capables non seulement de mémoriser la suite orale, mais d'en acquérir une maîtrise qui la rend opératoire pour résoudre des problèmes : comptage en avant et en arrière, comptage à partir d'un autre nombre que un, récitation de la suite d'un nombre donné jusqu'à un autre nombre fixé à l'avance...

Le nombre devient ainsi un outil utilisable pour effectuer un dénombrement (dans le domaine numérique maîtrisé), repérer des positions, mémoriser le rang d'une personne ou d'un objet dans un alignement et résoudre des problèmes portant sur les quantités ou sur les positions sur une bande numérotée (voir plus loin). L'entraînement au dénombrement de collections n'est, pour l'essentiel, pas fait pour lui-même, mais à l'occasion d'activités diverses. L'enseignant veille à faire dénombrer des collections mobiles (faciles à déplacer, pour séparer les objets « déjà comptés » de ceux qui restent à compter), puis des collections fixes (nécessitant un marquage réel ou mental) et des collections représentées.

Les jeux qui ont pour support la suite écrite des nombres sur une piste (type jeu de l'oie) permettent une première mise en relation des mots-nombres avec leur « image chiffrée » sans que des connaissances soient déjà attendues à ce sujet pour tous les élèves. En complément, l'élaboration progressive d'une bande numérique par l'enfant, avec l'aide de l'adulte, lui permet de contrôler l'avancée de sa connaissance de la comptine orale, de retrouver l'écriture chiffrée d'un nombre « dit » et de l'écrire en respectant le sens des tracés, de dire un nombre donné par son écriture chiffrée.

Enfin, un premier pas est possible en direction de ce qui deviendra le calcul au cycle 2. Il ne s'agit ni d'utiliser prématurément le symbolisme (+, -, =), ni d'apprendre à calculer au sens où on l'entend habituellement (en effectuant des opérations), ni de mémoriser des résultats. Le travail est uniquement centré sur la résolution de problèmes sans qu'il soit fait appel au calcul sur les nombres. Dans les problèmes proposés, les enfants sont placés en situation d'anticiper des résultats (sans possibilité d'action directe sur les objets), par exemple pour trouver :

- le nombre d'objets que contiendra une collection après une augmentation ou une diminution ou le nombre d'objets qu'il faut ajouter ou enlever à une collection pour obtenir la quantité désirée ou encore le nombre d'objets que contenait une collection avant qu'elle n'augmente ou qu'elle ne diminue ;
- la position qui sera atteinte après un déplacement sur une piste graduée ou l'amplitude du déplacement nécessaire pour passer d'une position à une autre ou encore la position occupée avant que ne soit réalisé le déplacement ;
- le résultat d'un partage équitable.

Ils peuvent également avoir à désigner une quantité importante en utilisant des nombres connus (il y en a cinq et encore trois...).

Pour répondre à de telles questions, sans recourir aux opérations classiques, les enfants peuvent utiliser leurs connaissances sur les nombres : dessiner et dénombrer, utiliser le comptage en avant ou en arrière à partir d'un nombre donné... L'apprentissage essentiel consiste à comprendre que ces problèmes peuvent être résolus grâce aux nombres. Il se prolongera par la mise en place du calcul à l'école élémentaire.

Pour l'ensemble des activités évoquées ici, le travail sur des situations réelles (à partir de jeux, de situations élaborées par l'enseignant, de situations tirées des activités de la classe) est essentiel et préférable aux activités sur fiches.

Lorsqu'il arrive au CP, l'élève a donc une première connaissance des nombres et dispose déjà de nombreuses compétences. Il n'est pas opportun de commencer l'année par une étude des nombres un par un. Un travail plus global est préférable, dans la mesure où il permet de mettre en évidence et de valoriser les connaissances déjà disponibles et qui doivent faire l'objet d'un repérage pour chaque enfant.

Le temps qui passe

À l'école maternelle, les élèves s'approprient les repères chronologiques qui conditionnent la construction de la notion de temps, dans ses différentes dimensions : temps court (activité avec son « avant » et son « après », journée) et temps long (succession des jours dans la semaine et le mois, rythme des saisons). L'appréhension du temps très long (temps historique) est plus difficile pour les jeunes enfants, notamment pour ce qui concerne la distinction entre passé proche et passé lointain.

L'idée de simultanéité est mise en évidence à l'occasion de certaines activités : partir au moment où un autre enfant franchit une ligne déterminée, dire ce qu'on a fait pendant la sieste des petits, arrêter une action au même moment...

En même temps que se construisent l'aspect chronologique du temps et l'aspect cyclique de certains phénomènes (saisons) ou de certaines représentations du temps (semaine, mois...), la notion de durée se met en place. L'objectivation de la durée est difficile. Elle est aidée par l'évocation de repères partagés (durée de la récréation, récitation d'une partie de la suite des nombres...), puis par le recours à des instruments (sablier, horloge, montre...).

En petite section

L'enfant élabore les premiers éléments de l'idée de chronologie. Le vocabulaire « avant, après, maintenant » est utilisé dans le cadre d'une activité ou pour relier deux activités : « avant le goûter, après le goûter »... Lorsque des journées sont rythmées à

l'identique, certains événements peuvent être anticipés ou, au contraire, remémorés (par exemple en organisant une suite de photos ou d'images évoquant des événements réellement vécus par les élèves). Le « matin » est distingué de l'« après-midi » et les termes « hier, aujourd'hui, demain » sont progressivement utilisés. Une éphéméride est installée dans la classe et permet un début de prise de conscience de la succession des jours.

En moyenne section

La notion de chronologie se consolide, d'abord à partir des événements familiaux de la vie de la classe ou de la vie sociale de l'enfant : succession dans la journée, d'un jour à l'autre, pendant la semaine. Le codage des événements et le langage utilisés permettent d'évoquer, de reconstituer ou de prévoir de telles successions. Le calendrier (sous diverses formes, de préférence linéaires) permet de fixer la succession des jours de la semaine, de les nommer, de s'intéresser à leur numérotation et d'aider à la prise de conscience du caractère répétitif des noms des jours. Il permet une sensibilisation au caractère irréversible du temps qui passe : « Le jeudi 27 novembre 2003 est passé, il ne reviendra pas... même si le jeudi, le mois de novembre et d'autres 27 novembre sont appelés à revenir... »

On peut, par exemple, afficher la date au tableau (jeudi 27 novembre 2003), en cherchant, chaque jour, à ne modifier que les éléments nécessaires (en gras ici pour le jour suivant : vendredi 28 novembre 2003). L'utilisation d'étiquettes permet aux élèves de devenir progressivement autonomes dans cette activité. Ils sont sensibilisés à la simultanéité lors d'activités fonctionnelles : démarrer un chant au même moment, chanter en chœur, s'arrêter au même moment...

La notion de durée commence à se mettre en place,

d'abord de manière subjective, puis en recourant à des outils qui en fournissent une appréciation plus objective (par exemple un sablier pour contrôler la durée d'une activité). Le calendrier permet une première familiarisation avec différentes durées : jour, semaine, mois et année.

En grande section

Les activités relatives à la chronologie évoquées pour la moyenne section sont reprises et enrichies, par exemple en exploitant des événements marquants de la vie de la classe ou des élèves : visite au musée, venue d'un conteur, anniversaire... Le vocabulaire « avant, après, maintenant » est enrichi de nouveaux termes : « en même temps que, plus tôt, plus tard, hier, aujourd'hui, demain, dans deux jours, avant-hier, après-demain, la semaine prochaine... ». Les événements sont situés dans la journée (certains peuvent être repérés sur l'horloge présente dans la classe), dans la semaine, dans le mois, dans l'année : les divers types de calendriers constituent pour cela des instruments précieux.

Quelques éléments relatifs à la vie des parents et des grands-parents ou en relation avec des objets (monuments...) permettent une toute première familiarisation avec le temps historique.

L'idée de simultanéité continue à être travaillée dans des activités fonctionnelles : simultanéité des instants (démarrer au même moment...), simultanéité sur la durée (certains font la sieste pendant que d'autres préparent un gâteau pour le goûter...).

La notion de durée s'affirme. Des outils divers (comptage régulier, sablier, horloge...) sont utilisés pour comparer des durées. Le jour, la semaine et le mois commencent à être utilisés en tant que durées, mais les relations qui les lient ne seront établies que plus tard.

Repérage des compétences numériques

Cette liste de compétences est inspirée de celle proposée par l'équipe de recherche en didactique des mathématiques de l'INRP (équipe Ermel). Publiée dans Apprentissages numériques et résolution de problèmes – CP (Hatier, 2000), elle est adaptable aux différents niveaux de l'école maternelle, notamment à la grande section.

La comptine numérique

Pour chaque enfant, il faut observer et noter les caractéristiques de la suite des noms de nombres qu'il est capable de réciter :

- Jusqu'où la suite est-elle conventionnelle (c'est-à-dire correspond à l'ordre naturel des nombres sans ajout ni omission) ?
- Jusqu'où la suite est-elle stable (c'est-à-dire sans changement d'une récitation à l'autre) ? Après une première récitation, le maître demande : « Peux-tu recommencer depuis le début pour que je puisse écrire tout ce que tu dis ? »

– Quelles sont les erreurs qui apparaissent, telles que les omissions systématiques, ou les erreurs récurrentes (« vingt-neuf, vingt-dix, vingt-onze... ») ?

– Quel est, le cas échéant, l'effet de relance concernant les noms de dizaines ? (Suffit-il de dire « 30 » à l'enfant qui s'arrête à 29 pour qu'il continue ?) Progressivement, chaque enfant doit savoir et pouvoir dire où il en est dans sa connaissance de la comptine numérique.

– La suite peut-elle être récitée jusqu'à un nombre fixé à l'avance (avec arrêt sur ce nombre) ?

- La suite peut-elle être récitée à partir d'un autre nombre que un ?
- La suite peut-elle être récitée « en arrière » ?

La maîtrise du dénombrement

En demandant « Combien y a-t-il d'objets ? » dans une collection dont le cardinal est adapté au niveau de connaissance de la comptine, on peut observer si l'enfant a recours à un dénombrement, à une estimation globale ou s'il réagit autrement. Dans le cas d'un dénombrement, on peut observer la maîtrise ou non :

- de la synchronisation entre les gestes (prendre les objets, les déplacer, les pointer...) et la récitation de la comptine ;
- de l'organisation du dénombrement (les objets déjà comptés sont-ils bien séparés de ceux restant à compter ?) ;
- du principe cardinal (à la question « Combien y en a-t-il ? », l'enfant répond-il par le dernier nom de nombre énoncé ?).

Ce repérage des aptitudes au dénombrement peut être effectué en entretien individuel ou à l'occasion d'activités dans la classe (compter les présents, les crayons...).

La constitution d'une collection de cardinal donné

En demandant à un enfant de « donner n objets » pris dans une collection plus grande (le nombre n étant choisi à l'intérieur du domaine numérique où le dénombrement est maîtrisé, domaine qui a été repéré auparavant), on peut observer si l'enfant :

- s'arrête au terme du dénombrement des n objets en déclarant qu'il a terminé ;
- dénombre tous les objets de la collection jusqu'à épuisement des objets (ou de ses compétences !) ;
- s'aperçoit qu'il a oublié ce qui lui avait été demandé ;
- donne un tas sans dénombrer...

Ces observations peuvent être faites, par exemple, à l'occasion de distributions de matériel.

Le recours spontané au dénombrement

Il s'agit d'observer comment l'enfant procède pour construire une collection équipotente à une collection donnée sans que celle-ci soit toujours disponible.

Cette observation est réalisée en adaptant la taille des collections à la comptine de chacun. Il est préférable que cette observation soit faite en dehors d'autres observations sur les nombres afin d'éviter un possible conditionnement et de

pouvoir s'assurer d'un recours spontané au dénombrement.

Il est indispensable que la consigne n'induisse pas le moyen à utiliser. La question « Combien y en a-t-il ? » ou toute allusion au nombre ou au dénombrement sont à éviter.

On peut par exemple demander à un enfant d'aller chercher juste ce qu'il faut de jetons (il faut qu'il y en ait « juste assez, ni plus, ni moins ») pour en placer sur chaque case vide d'un quadrillage.

Le successeur d'un nombre

En ajoutant un élément à une collection que l'enfant a déjà dénombrée et en lui demandant combien il y a d'objets, on peut repérer si l'enfant énonce directement le successeur du nombre précédemment trouvé ou s'il a besoin de recompter le tout.

La lecture des nombres

On présente des cartes avec les nombres de 0 à 20 (non rangés dans l'ordre) et on demande à l'élève de dire quels sont ceux qu'il connaît et de prendre la carte correspondante. On peut observer :

- les nombres qu'il sait lire dans ce domaine numérique ;
- les essais de recherche des cartes dans l'ordre (en s'appuyant éventuellement sur la récitation de la comptine) ;
- les graphies qu'il confond ;
- la façon dont il énonce les nombres à deux chiffres (pour 13 : « un-trois », « trois-un » ou même « vingt-trois »...).

Des occasions se présentent aussi dans la journée qui permettent d'interroger un enfant : calendriers, affichages numériques, nombres écrits sur un emballage, sur un livre...

Problèmes « arithmétiques »

Après avoir fait ajouter ou soustraire par l'enfant une petite quantité d'objets (de un à quatre) à une collection qu'il vient de dénombrer et sans qu'il puisse voir la collection obtenue, on lui demande de dire combien il y en a alors. On peut observer si l'enfant :

- énonce simplement l'un des deux nombres ;
- donne une réponse de la forme « cinq et deux » ;
- est obligé de recompter le tout (en s'aidant de ses doigts par exemple) ;
- surcompte ou décompte à partir du nombre initial d'objets, mentalement, en s'aidant de ses doigts ;
- énonce directement le résultat.